Concursul interjudeţean de matematică al Revistei SINUS
Ediţia a VIII-a, Suceava, 1 iunie 2013

CLASA a VI-a

1. Fie mulțimea $M=\left\{\overline{0,(abcdef)}/\{a,b,c,d,e,f\}=\{1,2,4,5,7,8\}\right\}$.

a) Dacă $m\in M$, dovediți că $1-m\in M$.

b) Arătați că oricare ar fi $m\in M$, există $n\in M$ astfel încât media aritmetică a numerelor m și n este $\frac{1}{2}$.

c) Calculați media aritmetică a elementelor mulțimii M.

2. Fie a și b numere naturale nenule astfel încât $\frac{a-5}{b}=\frac{a-2}{b+3}$.

a) Arătați că $a=b+5$.

b) Determinați valoarea maximă a raportului $\frac{a}{b}$.

3. Se consideră triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle BAC)=45^{\circ}$, $AC>AB$ şi (AD bisectoarea unghiului A, $D\in(BC)$. Perpendiculara pe AD, dusă prin punctul A, intersectează dreapta BC în punctul M. Fie P simetricul punctului C faţă de dreapta AM.

a) Să se arate că punctele P, A, B sunt coliniare.

b) Dacă, în plus, BM=BA+AC, determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 2 ore.